فرض مراقبة عدد 4 في الرياضيات السنة التاسعة الثلاثي الثاني

التمرين 1:

نعتبر العددين الحقيقيين a و b التاليين : $a=3\sqrt{20}-\sqrt{54}+2\sqrt{24}-\sqrt{125}$ و $b=3\left(\dfrac{5-\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}\right)^{-1}$

1) بين ان : $a=\sqrt{5}+\sqrt{6}$ و $b=2+\sqrt{7}$.

2) احسب a^2 و b^2 ثم قارنهما .

3) استنتج مقارنة بين a و b

التمرين 2 :

لتكن العبارة E التالية : $E=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2$.

1) أحسب القيمة العددية للعبارة E اذا كان $x=\sqrt{2}-1,5$.

2) أنشر العبارة E .

3) لتكن العبارة F التالية : $F=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2-1$.

أ) بين أن $F=x^2+x-\dfrac{3}{4}$.

ب) فكك F الى جذاء عوامل ثم استنتج x حيث : $4x^2+4x-3=0$.

ج) بين ان F موجب قطعا اذا كان $x>\dfrac{1}{2}$

التمرين 3 :

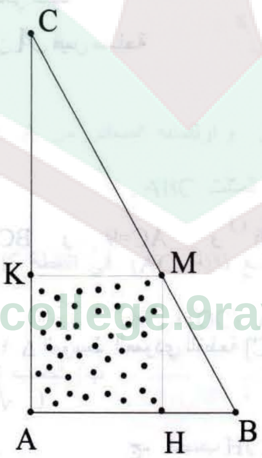
نعتبر مثلثا ABC بحيث : AB=6 و AC=8 و BC=10 بالصم . أنقل هذا المثلث على ورقك باعتبار الصم كوحدة لقيس الطول .

أ- بين ان هذا المثلث قائم الزاوية

ب- ابن النقطة M من $[BC]$ المتساوية البعد d عن المستقيمين (AB) و (AC) . (فكر في الخاصية المميزة لمنصف الزاوية).

ج- بين ان الرباعي AHMK مربع . (استعن بالرسم البياني التالي)

د- احسب البعد d .



• **التمرين1**

نعتبر العددين الحقيقيين a و b التاليين :

$b=3\left(\frac{5-\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}\right)^{-1}$ و $a=3\sqrt{20}-\sqrt{54}+2\sqrt{24}-\sqrt{125}$

$$\begin{cases} b=3\left(\frac{5-\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}}\right)^{-1}=3\frac{1+\sqrt{7}}{5-\sqrt{7}} \\ =3\frac{(1+\sqrt{7})(5+\sqrt{7})}{(5-\sqrt{7})(5+\sqrt{7})}=3\frac{5+\sqrt{7}+5\sqrt{7}+7}{25-7} \\ =\cancel{3}\frac{12+6\sqrt{7}}{\cancel{3}\times 6}=\frac{6(2+\sqrt{7})}{6}=2+\sqrt{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=3\sqrt{20}-\sqrt{54}+2\sqrt{24}-\sqrt{125} \\ =3\sqrt{4\times5}-\sqrt{9\times6}+2\sqrt{4\times6}-\sqrt{25\times5} \\ =6\sqrt{5}-3\sqrt{6}+4\sqrt{6}-5\sqrt{5} \\ =\sqrt{5}+\sqrt{6} \end{cases}$$

2) احسب a^2 و b^2 ثم قارنهما .

$$\begin{cases} a^2=\left(\sqrt{5}+\sqrt{6}\right)^2 \\ =\left(\sqrt{5}\right)^2+2\sqrt{5}\sqrt{6}+\left(\sqrt{6}\right)^2 \\ =5+2\sqrt{30}+6 \\ =11+2\sqrt{30} \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} b^2=\left(2+\sqrt{7}\right)^2 \\ =2^2+2\times2\sqrt{7}+\left(\sqrt{7}\right)^2 \\ =4+4\sqrt{7}+7 \\ =11+4\sqrt{7} \end{cases}$$

المقارنة : لدينا $\begin{cases} \left(\sqrt{30}\right)^2=30 \\ \left(2\sqrt{7}\right)^2=4\times7=28 \end{cases}$ الا ان $30\succ 28$ والعددان $2\sqrt{7}$ و $\sqrt{30}$ موجبان اذن $\sqrt{30}\succ 2\sqrt{7}$ ومنه $2\sqrt{30}\succ 4\sqrt{7}$ اذن $2\sqrt{30}+11\succ 4\sqrt{7}+11$ أي $\boxed{a^2\succ b^2}$

3) مقارنة بين a و b : $a^2\succ b^2$ والعددان a و b موجبان فحتما $\boxed{a\succ b}$

• **التمرين2**

لتكن العبارة E التالية : $E=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$.

1) لنحسب القيمة العددية للعبارة E اذا كان $x=\sqrt{2}-1.5$.

$$E=\left(\sqrt{2}-1.5+\frac{1}{2}\right)^2=\left(\sqrt{2}-1\right)^2=\sqrt{2}^2-2\sqrt{2}+1=3-2\sqrt{2}$$

2) لننشر العبارة E : $E=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=x^2+\cancel{2}x\frac{1}{\cancel{2}}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=x^2+x+\frac{1}{4}$

3) لتكن العبارة F التالية : $F=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-1$.

أ) $F=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-1=x^2+x+\frac{1}{4}-1=x^2+x-\frac{3}{4}$

ب) نفكك F الى جذاء عوامل ثم نستنتج x حيث : $4x^2+4x-3=0$

* $F=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-1=\left(x+\frac{1}{2}+1\right)\left(x+\frac{1}{2}-1\right)=\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)$

** لدينا $4x^2+4x-3=4\left(x^2+x-\frac{3}{4}\right)=4F$ ومنه

$4x^2+4x-3=0$ يعني $4F=0$ اي $F=0$ او $\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0$ مما يعطي

$$\boxed{x=-\frac{3}{2} \quad \text{او} \quad x=\frac{1}{2}}$$

ج) نبين ان F موجب قطعا اذا كان

$$\begin{cases} x \succ -\frac{1}{2} \Rightarrow x+\frac{3}{2} \succ -\frac{1}{2}+\frac{3}{2} \Rightarrow x+\frac{3}{2} \succ 2 \\ x \succ \frac{1}{2} \Rightarrow x-\frac{1}{2} \succ \frac{1}{2}-\frac{1}{2} \Rightarrow x-\frac{1}{2} \succ 0 \end{cases} \Rightarrow \left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right) \succ 0 \Rightarrow F \succ 0$$

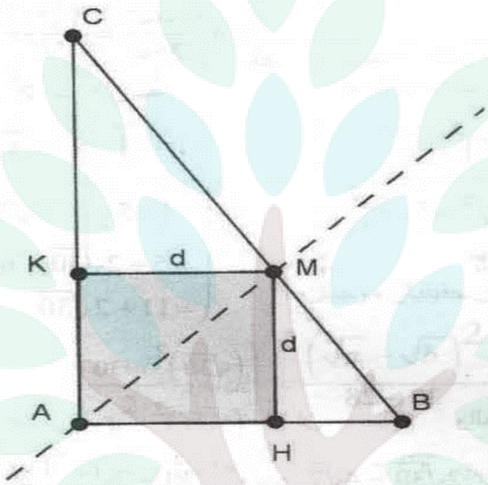
ملاحظة : يمكن ايضا اعتبار الشكل المنشور لـــــــ F

- **التمرين3** وحدة القيس هي الصم

1)نبين ان هذا المثلث قائم الزاوية :

نجد في هذا المثلث $BC^2 = AB^2 + AC^2$ لان $10^2 = 8^2 + 6^2$

فحسب عكس بيتاغور نجد المثلث ABC قائم الزاوية .



2) أ- ابعاد المثلث تخضع لعكس بتاغور

ب- بناء النقطة M من [BC] المتساوية البعد d عن المستقيمين (AB) و (AC) . (نفكر في منصف الزاوية $B\widehat{A}C$).

نعلم ان كل نقطة من منصف زاوية تبعد نفس البعد عن ضلعي تلك الزاوية اذن نحصل على النقطة M كتقاطع لمنصف $B\widehat{A}C$ مع الوتر [BC]

ج- بين ان الرباعي AHMK مربع . (التمشيات متعددة)

بعد M عن (AB) هو طول [MH] اذن $(AB)\perp(MH)$ ونعلم ان $(AB)\perp(AC)$ وبالتالي $(MH)//(AC)$ كذلك نعلل ان $(AB)//(MK)$ فالرباعي AHMK متوازي الاضلاع وله زاوية قائمة فهو مستطيل وله ضلعان متتاليان متقايسان فهو مربع

د- احسب البعد d .

في المثلث ABC تجد (MK) يوازي (AB) و يقطع (AC) في K و (BC) في M فحسب طالس نكتب : $\frac{MK}{AB}=\frac{CM}{CB}=\frac{CK}{CA}$ الا ان

$\frac{MK}{AB}=\frac{d}{6}$ و $\frac{CK}{CA}=\frac{8-d}{8}$ ومنه

$$\frac{8-d}{8}=\frac{d}{6} \Rightarrow 6(8-d)=8d \Rightarrow 48-6d=8d \Rightarrow 14d=48 \Rightarrow d=\frac{48}{14}\approx 3.4$$

الخلاصة : $d \approx 3.4$