

→ التمرين 1:

$x$  و  $y$  و  $z$  أعداد حقيقية بحيث:  $2 \leq x \leq 7$  و  $-7 \leq y \leq -1$  و  $-5 \leq z \leq 3$

اجب بـ "خطأ" أو "صواب" مغللا جوابك

|                                       |                       |                             |                       |
|---------------------------------------|-----------------------|-----------------------------|-----------------------|
| $0,4 \leq \frac{x(z+6)}{5} \leq 12,6$ | $-49 \leq xy \leq -2$ | $-35 \leq -2x + 3y \leq -7$ | $9 \leq x - y \leq 8$ |
|                                       |                       |                             |                       |

→ التمرين 2:

نعتبر العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  التاليين:  $p = (3 - \sqrt{5})^2 - 2(2,5 - \sqrt{45})$  و  $q = \sqrt{98} - \sqrt{18}$

أ- بين ان  $p = 9$  و  $q = 4\sqrt{2}$

ب- ليكن العدد الحقيقي  $t = 9 + 4\sqrt{2}$ ؛ بين ان  $t - 13 = 4(\sqrt{2} - 1)$  ثم استنتج ان  $t > 13$

ج- بين ان  $t = (1 + 2\sqrt{2})^2$  ثم استنتج مقارنة بين  $1 + 2\sqrt{2}$  و  $\sqrt{13}$

د- بين ان  $\frac{1 + 2\sqrt{2}}{3} > \frac{\sqrt{13}}{\pi}$

→ التمرين 3:

بعد القيام بدراسة إحصائية حول عدد الساعات الإضافية التي أنجزها مجموعة من العمال بإحدى المصانع تحصلنا على الكشف الآتي:

4 - 3 - 3 - 2 - 3 - 3 - 5 - 4 - 5 - 4 - 2 - 4

2 - 2 - 3 - 4 - 5 - 2 - 1 - 3 - 4 - 3 - 2 - 1

(1) - كم عدد عمال هذه الشركة؟

(2) - أنشئ جدول التكرارات و التكرارات التراكمية الصاعدة.

(3) - أنشئ جدول التواترات و التواترات التراكمية الصاعدة.

(4) - أحسب المعدل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية و متوسطها

(5) - ارسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة لهذه السلسلة الإحصائية.

(6) - حدد النسبة المئوية لعدد العمال الذين أنجزوا 3 ساعات إضافية.

→ التمرين 4:

(1) أرسم متوازي أضلاع  $ABCD$  بحيث  $AB = 8cm$  و  $AD = 4cm$  و  $\hat{ADC} = 60^\circ$ .

منصف الزاوية  $\hat{BAD}$  يقطع  $[DC]$  في  $E$ . لتكن  $F$  منتصف  $[AB]$ . بين أن المثلث  $ADE$  متقايس الأضلاع.

(2) أ- بين أن كلاً من الرباعيين  $ADEF$  و  $BCEF$  معينين (لتكن  $H$  و  $K$  مركزيهما على التوالي)؛

ب- أحسب  $DF$ .

(3) أ- بين أن الرباعي  $BEDF$  متوازي أضلاع.

ب- استنتج أن المثلث  $ABE$  قائم الزاوية.

ج- بين ان  $BH = 2\sqrt{13} \text{ cm}$ .

(4) ا- بين أن المربع  $FHFK$  مستطيل.

# CORRECTION

## • التمرين 1

$$-5 \leq z \leq 3 \quad \text{و} \quad -7 \leq y \leq -1 \quad \text{و} \quad 2 \leq x \leq 7$$

|                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $-35 \leq -2x + 3y \leq -7$                                                                                                                                                             | $9 \leq x - y \leq 8$                                                                                                       |
| <p>نعلم ان <math>-14 \leq -2x \leq -4</math> وان</p> <p><math>-21 \leq 3y \leq -3</math></p> <p>ومنه <math>-35 \leq -2x + 3y \leq -7</math></p> <p style="text-align: center;">صواب</p> | <p>خطأ لان الطرف الايسر</p> <p>وهو 9 اكبر من الطرف</p> <p>الايمن وهو 8 وهذا ليس</p> <p style="text-align: center;">حصرا</p> |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $0.4 \leq \frac{x(z+6)}{5} \leq 12.6$                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | $-49 \leq xy \leq -2$                                                                                                                                                                                                                        |
| <p>نعلم ان <math>1 \leq z + 6 \leq 9</math></p> <p>و <math>2 \leq x \leq 7</math> اذن</p> <p>وبالتالي <math>2 \leq x(z+6) \leq 63</math></p> <p><math>2 \times \frac{1}{5} \leq \frac{1}{5} [x(z+6)] \leq \frac{1}{5} \times 63</math> اي</p> <p style="text-align: center;">صواب <math>0.4 \leq \frac{x(z+6)}{5} \leq 12.6</math></p> | <p>نعلم ان <math>2 \leq x \leq 7</math></p> <p>وان <math>1 \leq -y \leq 7</math></p> <p>ومنه <math>2 \leq x \times (-y) \leq 49</math></p> <p>وبالتالي:</p> <p style="text-align: center;">صواب <math>-49 \leq x \times y \leq -2</math></p> |

college.9raya.tn



## • التمرين 2

نعتبر العددين الحقيقيين  $p$  و  $q$  التاليين :

$$p = (3 - \sqrt{5})^2 - 2(2.5 - \sqrt{45}) \quad \text{و} \quad q = \sqrt{98} - \sqrt{18}$$

$$\begin{cases} q = \sqrt{98} - \sqrt{18} \\ = \sqrt{7^2 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} \\ = 7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \\ = 4\sqrt{2} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} p = (3 - \sqrt{5})^2 - 2(2.5 - \sqrt{45}) \\ = 9 - 6\sqrt{5} + \underbrace{5 - 5}_{0} + 2\sqrt{45} \\ = 9 - 6\sqrt{5} + \underbrace{6\sqrt{5}}_{0} \\ = 9 \end{cases} \quad (1)$$

(ب) ليكن العدد الحقيقي  $t = 9 + 4\sqrt{2}$  ؛ نبين أن  $t - 13 = 4(\sqrt{2} - 1)$  ثم نستنتج أن  $t > 13$

$$\text{فان } \sqrt{2} > 1 \text{ وبما أن } t - 13 = 9 + 4\sqrt{2} - 13 = 4\sqrt{2} - 4 = 4(\sqrt{2} - 1)$$

$$\sqrt{2} - 1 > 0 \text{ اذن } 4(\sqrt{2} - 1) > 0 \text{ ومنه } t - 13 > 0 \text{ وبالتالي: } t > 13$$

(ج) نبين أن  $t = (1 + 2\sqrt{2})^2$  ثم نستنتج مقارنة بين  $1 + 2\sqrt{2}$  و  $\sqrt{13}$ .

$$(1 + 2\sqrt{2})^2 = 1^2 + 2 \times 2\sqrt{2} + (2\sqrt{2})^2 = 1 + 4\sqrt{2} + 8 = 9 + 4\sqrt{2} = t$$

ومن ناحية اخرى بما ان  $t > 13$  فان  $(1 + 2\sqrt{2})^2 > \sqrt{13}^2$  ومنه

$$1 + 2\sqrt{2} > \sqrt{13}$$

(د) نعلم ان  $\pi > 3$  اذن  $\frac{1}{3} > \frac{1}{\pi}$  وان  $1 + 2\sqrt{2} > \sqrt{13}$  ومنه

$$\frac{1 + 2\sqrt{2}}{3} > \frac{\sqrt{13}}{\pi}$$

college.9raya.tn





### التمرين 3

(1) - كم عدد عمال هذه الشركة ؟ عدد عمال هذه الشركة هو 24

|       |       |       |       |       |                                |
|-------|-------|-------|-------|-------|--------------------------------|
| 5     | 4     | 3     | 2     | 1     | عدد الساعات<br>الاضافية        |
| 3     | 6     | 7     | 6     | 2     | عدد العمال او<br>التكرارات     |
| 24    | 21    | 15    | 8     | 2     | التكرارات التراكمية<br>الصاعدة |
| 0.125 | 0.25  | 0.291 | 0.25  | 0.083 | التواترات                      |
| 1     | 0.874 | 0.624 | 0.333 | 0.083 | التواترات التراكمية<br>الصاعدة |

(4) - أحسب المعدل الحسابي و المتوسط Me لهذه السلسلة الإحصائية .  
\* ليكن Ma المعدل الحسابي لهذه السلسلة :

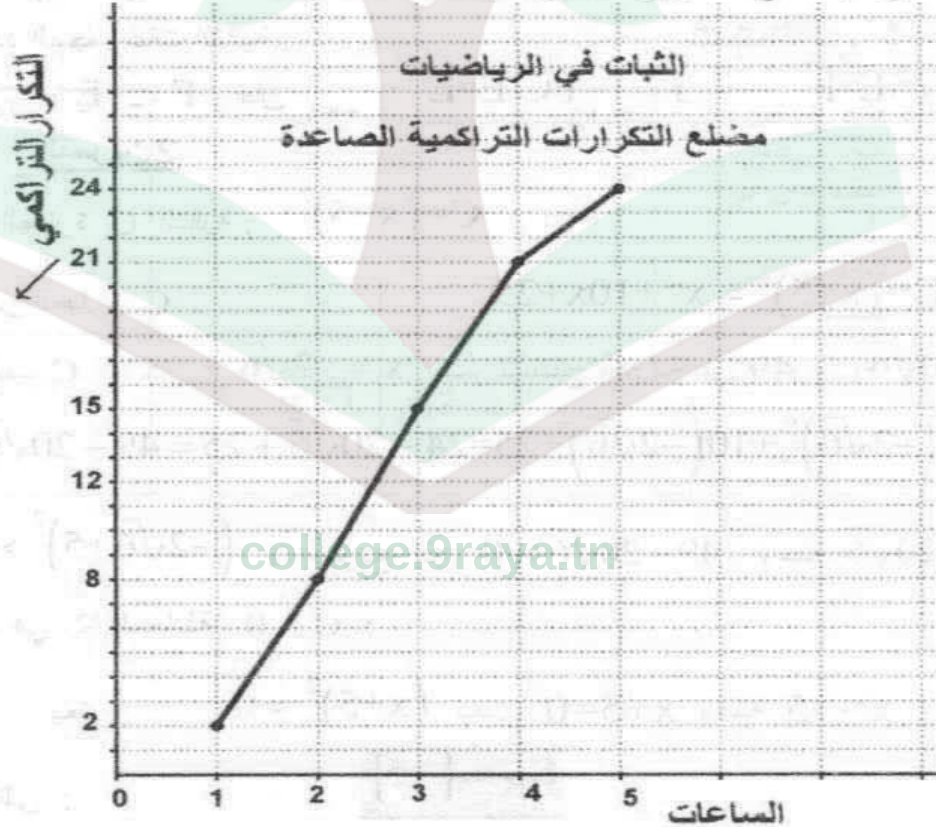
$$Ma = \frac{2 \times 1 + 6 \times 2 + 7 \times 3 + 6 \times 4 + 3 \times 5}{24}$$

$$= \frac{2 + 12 + 21 + 24 + 15}{24}$$

$$= 3.08$$

\*\* من خلال الجدول نجد ان المتوسط Me هو معدل القيم التي تواف  $N/2$  و  $(N/2)+1$  نجد  $Me = 3$  (نلاحظ ان التكرار الجملي  $N=24$  هو عدد زوجي)

(5) - ارسم مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة لهذه السلسلة الإحصائية



(6) - النسبة المئوية لعدد العمال الذين أنجزوا 3 ساعات إضافية تساوي

$$\frac{7}{24} \times 100\% = 29.16\%$$

#### • التمرين 4

(1) ننجز الرسم ثم نبين أن المثلث  $ADE$  متقايس الأضلاع : لدينا  
 $\hat{B}AD = (180 - 60)^\circ = 120^\circ$  لان  $\hat{B}AD$  و  $\hat{A}DC$  متتاليان في  
# اذن متكاملتان ) ومنه  $\hat{E}AD = \hat{D}AB / 2 = 120^\circ / 2 = 60^\circ$  فحتما  
 $\hat{A}ED = (180 - 2 \times 60)^\circ = 60^\circ$   
في المثلث  $ADE$  جميع الزوايا متقايسة فهو متقايس الأضلاع  
(2) أ. نبين أن الرباعي  $ADEF$  معين. (لتكن  $H$  مركزه) : لدينا  
 $DE = AD = 4cm$  و  $AF = AB / 2 = 4cm$  اذن  $DE = AF$  |1  
ومن ناحية اخرى نعلم ان  $(DE) \parallel (AF)$  |2 ؛ ينتج عن 1 و 2 ان الرباعي  
 $ADEF$  هو # وله ضلعان متتاليان متقايسان ( $AF = AD$ ) فهو معين  
اما في الرباعي  $BCEF$  نجد :  $BF = 8 / 2 = 4cm$  و  $BC = AD = 4cm$   
و  $EF = DE = 4cm$  و  $CE = (8 - 4)cm = 4cm$

ب. لنحسب  $DF = 2DH = 2 \left( \frac{a\sqrt{3}}{2} \right) = 4\sqrt{3}cm$

ملاحظة:  $DH$  هو ارتفاع في مثلث متقايس الاضلاع

(3) أ. في الرباعي  $BEDF$  نجد  $DE = BF = 4cm$  و

2  $(DE) \parallel (BF)$  ينتج عن 1 و 2 ان  $BEDF$  متوازي للاضلاع

ب. ينتج مما سبق ان  $(BE) \parallel (DF)$ ؛ الا ان  $(AE) \perp (DF)$  (في المعين

القطران يتعامدان) فحتما  $(AE) \perp (BE)$  في  $E$  وبالتالي المثلث  $ABE$

قائم الزاوية.

ج. لنحسب  $BH$ : المثلث  $BEH$  قائم الزاوية في  $E$  فحسب بيثاغور:

$$BH^2 = \underbrace{BE^2 + EH^2}_{\text{اثيرت}} = DF^2 + \left( \frac{AE}{2} \right)^2 = (4\sqrt{3})^2 + 2^2$$

$$= 48 + 4 = 52$$

$$BH = \sqrt{52}cm = 2\sqrt{13}cm \text{ ومنه}$$

(4) أ. الرباعي  $EHFK$  له ثلاث زوايا قائمة وهي في  $E$  و  $H$  و  $K$  (في المعين القطران يتعامدان) فهو مستطيل.

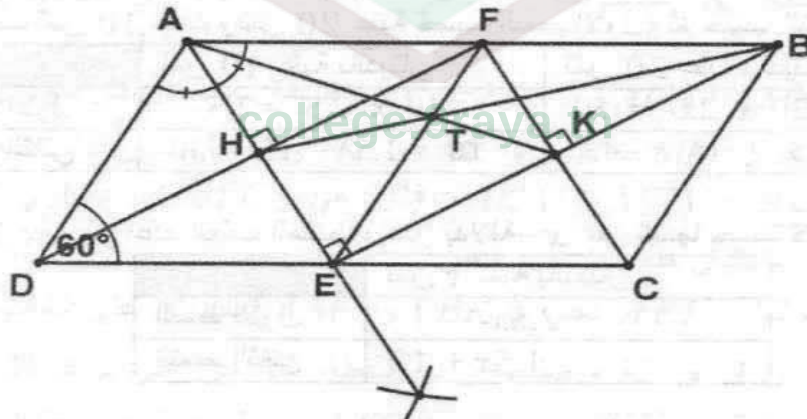
ب. في المثلث  $AEB$  نلاحظ ان  $[EF]$  و  $[AK]$  هما على التوالي الموسطان

الصادران من  $E$  و  $A$  (لان  $H$  و  $K$  هما منتصفا  $[AE]$  و  $[BE]$

على التوالي) ويتقاطعان في  $T$  اذن  $T$  هو مركز ثقل  $AEB$ ؛ الا ان

$[BH]$  هو الموسط الثالث في هذا المثلث فحتما  $T \in [BH]$  بحيث

$$BT = \frac{2}{3} BH = \frac{2}{3} (2\sqrt{13}) = \frac{4}{3} \sqrt{13} cm$$





college.9raya.tn



college.9raya.tn