

التمرين 1:

ليكن العددين الحقيقيين x و y حيث $-3 \leq x \leq -1$ و $\sqrt{3} \leq y \leq 2$.

1- لتكن العبارة H التالية : $H = xy^2 - 20 - 5x + 4y^2$

(أ) بين بالتفكيك أن : $H = (x+4)(y^2-5)$

(ب) بين أن $(x+4)$ مخالف للصفر .

(ج) اوجد حصرا لـ (y^2-5) ثم استنتج حصرا لـ H .

2- لتكن العبارة G التالية : $G = \frac{x^2 + 8x + 15}{x+4}$

(أ) بين أن : $G = x+4 - \frac{1}{x+4}$. (ب) استنتج أن $0 \leq G \leq \frac{2}{3}$

التمرين 2:

لتكن العبارة A حيث : $A = \frac{3x^2 - 2}{4}$

(1) احسب العبارة A علما ان : $x = \frac{\sqrt{2}}{3}$

(2) اوجد حصرا لـ A اذا كان $-\sqrt{3} \leq x \leq -1$

(3) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $\frac{3x^2 - 2}{4} \leq -\frac{1}{2}$

(4) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $A < 3x \left(\frac{x}{4} - 5 \right)$ ثم مثل مجموعة حلولها على مستقيم مدرج.

التمرين 3:

وحدة قياس الطول هي الصم . يجوز استعمال الآلة الحاسبة

ABM هو مثلث بحيث $AB=10$ و $BM=8$ و $AM=6$

(1) ابن ذلك المثلث ثم بين انه قائم .

(2) ابن المستقيم Δ المماس لـ Γ في M وليكن H المسقط العمودي لـ A على Δ .

أ- (AH) يقطع Γ ثانية في F و يقطع (BM) في E ؛ بين أن M منتصف $[BE]$.

ب- بين أن المثلث ABE متقايس الضلعين .

ج- احسب MH و MF .

(3) المستقيمان (AM) و (BF) يتقاطعان في T ؛ احسب النسبة $\frac{AM}{AT}$

التمرين 4:

ضع علامة $\checkmark$ تحت المقترح السليم

كل رباعي محدب قطراه يتقاطعان في المنتصف ويتقايسان هو	مربع	معين	مستطيل
$\frac{2}{3}x^2 - (1+x)^2$ تساوي	$-\frac{x^2}{2} - (2x+1)$	$\frac{x^2}{2} + 1$	$-\frac{x^2}{2} - 2x + 1$



• التمرين 1

ليكن العددين الحقيقيين x و y حيث $-3 \leq x \leq -1$ و $\sqrt{3} \leq y \leq 2$

1- لتكن العبارة H التالية : $H = xy^2 - 20 - 5x + 4y^2$

(أ) لنبين بالتفكيك أن : $H = (x+4)(y^2-5)$

$$H = xy^2 - 20 - 5x + 4y^2 = (4y^2 + xy^2) - (5x + 20) = y^2(x+4) - 5(x+4)$$

$$H = (x+4)(y^2-5)$$

(ب) لنبين أن $x+4$ مخالف للصفر .

$$-3 \leq x \leq -1 \Rightarrow -3+4 \leq x+4 \leq -1+4 \Rightarrow 1 \leq x+4 \leq 3$$

$x+4$ محصورة بين عددين موجبين قطعاً فحتماً $x+4$ مخالف للصفر

(ج) اوجد حصر H (y^2-5) ثم استنتج حصر H .

$$\sqrt{3} \leq y \leq 2 \Rightarrow \sqrt{3}^2 \leq y^2 \leq 2^2 \Rightarrow 3 \leq y^2 \leq 4 \Rightarrow 3+(-5) \leq y^2+(-5) \leq 4+(-5) \Rightarrow -2 \leq y^2-5 \leq -1$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 \leq -(y^2-5) \leq 2 \\ 1 \leq x+4 \leq 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 \times 1 \leq -(y^2-5)(x+4) \leq 2 \times 3 \Rightarrow -6 \leq (y^2-5)(x+4) \leq -1$$

$$\underline{-6 \leq H \leq -1}$$

اي

2- لتكن العبارة G التالية : $G = \frac{x^2 + 8x + 15}{x+4}$

(أ) لنبين أن : $G = x+4 - \frac{1}{x+4}$ لدينا :

$$G = \frac{x^2 + 8x + 15}{x+4} = \frac{x^2 + 8x + 16 - 1}{x+4} = \frac{(x+4)^2 - 1}{x+4} = \frac{(x+4)^2}{x+4} + \frac{-1}{x+4}; (x \neq -4)$$

$$G = x+4 - \frac{1}{x+4}$$

$$\frac{1 \leq x+4 \leq 3}{1} \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{x+4} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\frac{1}{x+4} \leq -\frac{1}{3} \quad (\text{ب})$$

$$\left. \begin{array}{l} 1+(-1) \leq x+4 - \frac{1}{x+4} \leq 3 + \left(-\frac{1}{3}\right) \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow 0 \leq G \leq \frac{8}{3} \quad \left. \begin{array}{l} \text{بجمع 1 و 2 طرف بطرف} \\ \text{على:} \end{array} \right\}$$



• التمرين 2

$$A = \frac{3x^2 - 2}{4}$$

لتكن العبارة A حيث

$$(1) \text{ لنحسب العبارة } A \text{ علما ان : } x = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$A = \frac{3\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 - 2}{4} = \frac{3 \times \frac{2}{9} - 2}{4} = \frac{\frac{2}{3} - 2}{4} = \frac{\frac{2-6}{3}}{4} = \frac{-4}{3} \times \frac{1}{4} = -\frac{1}{3}$$

(2) لنجد حصر لـ A اذا كان $-\sqrt{3} \leq x \leq -1$

$$-\sqrt{3} \leq x \leq -1 \Rightarrow (-1)^2 \leq x^2 \leq (-\sqrt{3})^2 \Rightarrow 1 \leq x^2 \leq 3 \Rightarrow 3 \leq 3x^2 \leq 9$$

$$\Rightarrow 3 + (-2) \leq 3x^2 + (-2) \leq 9 + (-2) \Rightarrow 1 \leq 3x^2 - 2 \leq 7$$

$$\Rightarrow 1 \times \frac{1}{4} \leq (3x^2 - 2) \times \frac{1}{4} \leq 7 \times \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \leq \frac{3x^2 - 2}{4} \leq \frac{7}{4}$$

$$\frac{1}{4} \leq A \leq \frac{7}{4}$$

اي

$$(3) \text{ لنحل في } \mathbb{R} \text{ المتراجحة } \frac{3x^2 - 2}{4} \leq -\frac{1}{2}$$

$$\text{ومنه } \left(\frac{3x^2 - 2}{4} \leq -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{4}x^2 \leq 0 \Rightarrow x = 0 \right)$$

$$S_{\mathbb{R}} = \{0\}$$

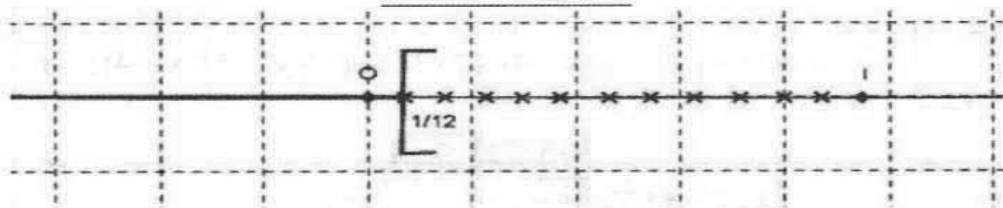
(4) لنحل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $A < 3x\left(\frac{x}{4} - 2\right)$ ثم نمثل مجموعة حلولها على

مستقيم مدرج بواسطة معين (O;I) بحيث $OI = 24 \text{ mm}$:

$$\text{ومنه } \left(\frac{3x^2 - 2}{4} < 3x\left(\frac{x}{4} - 2\right) \Rightarrow \frac{3x^2}{4} - \frac{1}{2} < \frac{3x^2}{4} - 6x \Rightarrow 6x < \frac{1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6} \times 6x < \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} \Rightarrow x < \frac{1}{12} \rightarrow S_{\mathbb{R}} = \left] -\infty; \frac{1}{12} \right[$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left] -\infty; \frac{1}{12} \right[$$

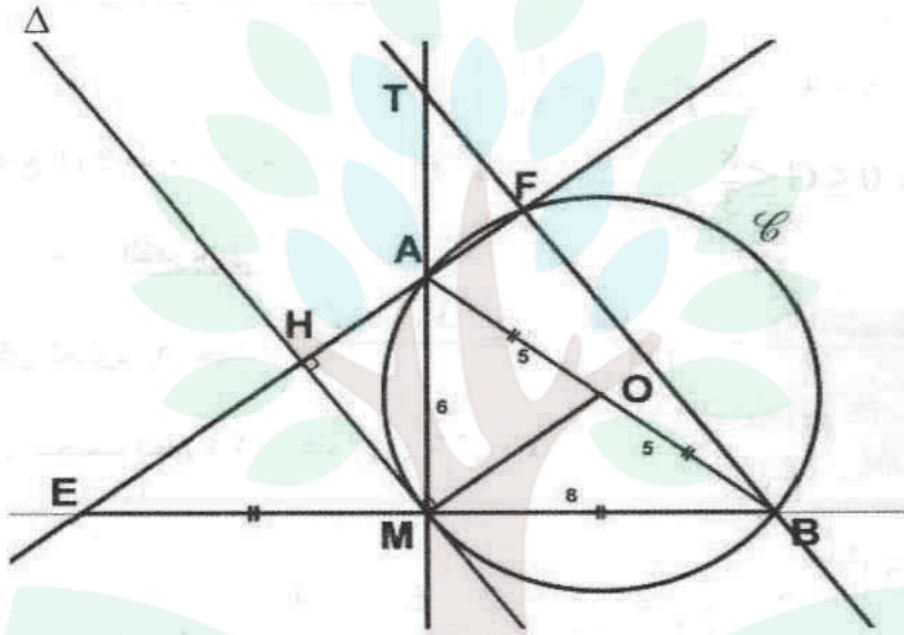


• التمرين 3

وحدة قياس الطول هي الصم . يجوز استعمال الآلة الحاسبة
ABM هو مثلث بحيث $AB=10$ و $BM=8$ و $AM=6$.
(1) أ- بين ان المثلث ABM قائم .

$$\left. \begin{array}{l} AB^2 = 100 \\ AM^2 = 36 \\ BM^2 = 64 \end{array} \right\} 100 = 36 + 64 \Rightarrow AB^2 = AM^2 + BM^2 \text{ : نجد في المثلث ABM نجد :}$$

فحسب عكس بيتاغور : المثلث ABM قائم الزاوية في M
ب- ابن الدائرة المحيطة بذلك المثلث وليكن O مركزها. علل طريقة البناء .
البناء :



التعليل:

نعلم ان مركز الدائرة المحيطة بمثلث قائم هو منتصف وتره
(2) ابن المستقيم Δ المماس لـ Δ في M وليكن H المسقط العمودي لـ A على Δ
أ- (AH) يقطع Δ ثانية في F و يقطع (BM) في E ؛ نبين أن M منتصف [BE] :
في المثلث ABE نجد (OM) يوازي (AE) (يعامدان نفس المستقيم (HM))
و يمر من O منتصف [BA] فحتما سيقطع [BE] في منتصفه اي :

M منتصف [BE]

ب - نبين أن المثلث ABE متقايس الضلعين
نعلم ان المثلث ABM قائم الزاوية في M ومنه (AM) يعامد [BE] في منتصفه
M اذن (AM) يمثل المتوسط العمودي لـ [BE] ؛ A نقطة من (AM) اذن تبعد نفس
البعد عن الطرفين B و E ومنه : المثلث ABE متقايس الضلعين
ج - احسب MH و MF .
* المثلث AME قائم الزاوية في M و [MH] هو الارتفاع الصادر من M اذن :



$$MH \times AE = MA \times ME \Rightarrow MH = \frac{MA \times ME}{AE} = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8$$

$$MH = 4.8$$

وبالتالي

نلاحظ ان $AE = AB = 10$ و $MB = ME = 8$

** FAB هو مثلث بحيث [AB] قطر للدائرة و النقطة F تنتمي الى و فهو
 حتما قائم الزاوية في F ومن ناحية اخرى F و A و E على نفس الاستقامة ومنه
 المثلث FEB قائم الزاوية في F ؛ الا ان M هو منتصف الوتر [BE] فحتما :

$$MB = ME = MF = 8$$

$$MF = 8$$

وبالتالي

$$\frac{AM}{AT}$$

(3) المستقيمان (AM) و (BF) يتقاطعان في T ؛ احسب النسبة

* علينا ان نحسب AF

(بتطبيق بيتاغور في المثلث ABF علما ان $BF = 2$)

و AH (بتطبيق بيتاغور في المثلث AHM علما ان $HM = 9.6$)
 ثم بتطبيق طالس في المثلث AMH نجد :

$$\frac{AM}{AT} = \frac{AH}{AF} = \frac{MH}{MT}$$

الخلاصة : عند حساب الابعاد AF و AH نجد $AF = 2.8$ و $AH = 3.6$

$$\frac{AM}{AT} = \frac{3.6}{2.8} = 1.28$$

ومنه

التمرين 4

ضع علامة ✓ تحت المقترح السليم

كل رباعي محدب قطراه يتقاطعان في المنتصف ويتقايسان هو	مربع	معين	✓ مستطيل
$\frac{2}{3}x^2 - (1+x)^2$ تساوي	✓ $-\frac{x^2}{3} - (1+2x)$	$\frac{x^2}{3} + 1$	$-\frac{x^2}{3} - 2x + 1$





college.9raya.tn



college.9raya.tn