

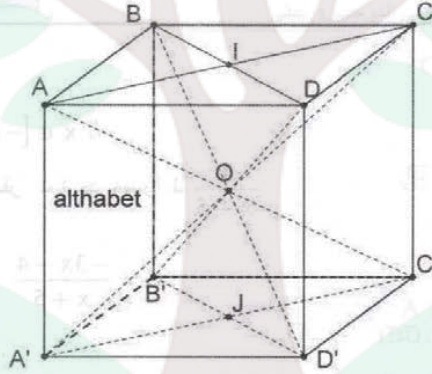
التمرين 1:

لتكن العبارتين $E = -\frac{7}{4}x + 1$ و $F = \frac{3y-4}{5y-7}$ حيث $x \in \mathbb{R}$ و y عدد حقيقي مخالف لـ 1,4 :

- 1- اوجد حصرا للعبارة E اذا علمت ان $|x| \leq 4$.
- 2- ا اذا علمت ان $y = \sqrt{2}$ بين ان $F = \sqrt{2} + 2$. (ب) استنتج مقارنة بين $3\sqrt{2} - 4$ و $5\sqrt{2} - 7$.
- 3- حل في $\mathbb{R}$: (أ) $|E| = \frac{7}{4}x - 1$. (ب) $E \geq 4 - \frac{2-x}{7}$.

التمرين 2:

- نعتبر متوازي المستطيلات أسفله $ABCD A'B'C'D'$ مركزه O ؛ I مركز الوجه ABCD ؛ J مركز الوجه $A'B'C'D'$ ؛
- (1) برهن على أن : $(OI) \parallel (BB')$ و $(OJ) \parallel (BB')$ ثم استنتج أن النقاط J و O و I على نفس الإستقامة. (يجب تحديد المستوي الذي نشغل عليه)
 - (2) بين أن O منتصف [IJ] واحسب IJ اذا علمت ان $AA' = 6$ ؛ وحدة قياس الطول هي الصنمتر ؛
 - (3) نفرض : $BC = AB = 4\sqrt{3}$ بين ان : $AC' = 2\sqrt{33}$ ؛
 - (4) برهن ان $(AC) \perp (IJ)$ واستنتج ان : $(AC) \perp (BDD')$ ؛



التمرين 3:

اختر الجواب الصحيح :

(1) جميع الأعداد الحقيقية x و y التي تحقق ما يلي : $2x^2 + y^2 + 1 = 2xy - 2x$ هي : (أ) $x = -1$ و $y = -1$ ؛ (ب) $x = -1$ و $y = 2$ ؛ (ج) $x = 2$ و $y = -1$ ؛ (د) $x = 2$ و $y = 2$ ؛

$x = -1$ و $y = -1$	$x = -1$ و $y = 2$	$x = 2$ و $y = -1$	$x = 2$ و $y = 2$
---------------------	--------------------	--------------------	-------------------

أضف تعليقك .

(2) AEFG هو هرم منتظم رأسه A ؛ المسقط العمودي لـ A على (EFG) هو : (أ) مركز ثقل EFG ؛ (ب) المركز القائم لـ EFG ؛ (ج) منتصف [EF] ؛ (د) مركز ثقل EFG

مركز ثقل EFG	المركز القائم لـ EFG	منتصف [EF]
--------------	----------------------	------------

CORRECTION

التمرين 1

لتكن العبارتين $E = -\frac{7}{4}x + 1$ و $F = \frac{3y-4}{5y-7}$ حيث $x \in \mathbb{R}$ و y عدد حقيقي مخالف لـ 1,4 :

1- ايجاد حصر للعبارة E اذا علمنا ان $|x| \leq 4$

$$|x| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x \leq 4 \Rightarrow -4 \leq -x \leq 4 \Rightarrow -4 \times \frac{7}{4} \leq -x \times \frac{7}{4} \leq 4 \times \frac{7}{4}$$

$$-7+1 \leq -\frac{7}{4}x+1 \leq 7+1 \Rightarrow -6 \leq E \leq 8$$

$$-6 \leq E \leq 8$$

وبالتالي

2- ا) اذا علمنا ان $y = \sqrt{2}$ فلنبين ان $F = \sqrt{2} + 2$

$$F = \frac{3\sqrt{2}-4}{5\sqrt{2}-7} = \frac{(3\sqrt{2}-4)(5\sqrt{2}+7)}{(5\sqrt{2}-7)(5\sqrt{2}+7)} = \frac{30+21\sqrt{2}-20\sqrt{2}-28}{50-49} = \frac{2+\sqrt{2}}{1}$$

$$F = 2 + \sqrt{2}$$

وبالتالي

ب) استنتاج مقارنة بين $5\sqrt{2}-7$ و $3\sqrt{2}-4$

$$\left(\begin{array}{l} (3\sqrt{2})^2 = 18 \\ 4^2 = 16 \end{array} \right) ; 18 > 16 \Rightarrow 3\sqrt{2} > 4 \quad \text{لان} \quad 5\sqrt{2}-7 > 0 \quad \text{و} \quad 3\sqrt{2}-4 > 0$$

$$\left(\begin{array}{l} (5\sqrt{2})^2 = 50 \\ 7^2 = 49 \end{array} \right) ; 50 > 49 \Rightarrow 5\sqrt{2} > 7$$

$$3\sqrt{2}-4 > 5\sqrt{2}-7 \quad \text{ومنه} \quad \frac{3\sqrt{2}-4}{5\sqrt{2}-7} = 2 + \sqrt{2} > 1$$

بامكاننا اعتماد علامة الفرق للتأكد من النتيجة لكنه ليس استنتاجا

3- أ- لنحل المتراجحة $|E| = \frac{7}{4}x - 1$ في $\mathbb{R}$:

$$|E| = \frac{7}{4}x - 1 \quad \text{يعني} \quad |E| = -E \quad \text{اي} \quad E \leq 0 \quad \text{او} \quad -\frac{7}{4}x + 1 \leq 0 \quad \text{ومنه}$$

$$-\frac{7}{4}x \leq -1 \quad \text{وبالتالي} \quad \left(-\frac{4}{7}\right) \times \left(-\frac{7}{4}\right)x \geq -1 \times \left(-\frac{4}{7}\right) \Rightarrow x \geq \frac{4}{7}$$

$$S_{\mathbb{R}} = \left[\frac{4}{7}; +\infty \right[$$

الخلاصة :



$$\text{ب) } E \geq 4 - \frac{2-x}{3} \text{ يعني } -\frac{7}{4}x + 1 \geq 4 - \frac{2-x}{3} \text{ يعني}$$

$$\text{يعني } -\frac{7}{4}x - \frac{1}{3}x \geq 4 - \frac{2}{3} - 1 \text{ يعني } -\frac{7}{4}x + 1 \geq 4 - \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x$$

$$\text{يعني } -\frac{25}{12}x \geq \frac{7}{3} \text{ يعني } -\frac{21}{12}x - \frac{4}{12}x \geq \frac{7}{3}$$

$$x \leq -1,12 \text{ او } x \leq -\frac{28}{25} \text{ يعني } \left(\frac{-12}{25}\right)\left(-\frac{25}{12}\right)x \leq \frac{7}{3}\left(\frac{-12}{25}\right)$$

$$S_{\mathbb{R}} =]-\infty; -1,12]$$

الخلاصة :

• التمرين 2

نعتبر متوازي المستطيلات $ABCD A'B'C'D'$ مركزه O ؛ I مركز الوجه

$ABCD$ و J مركز الوجه $A'B'C'D'$

(1) برهن على أن : $(OI) \parallel (BB')$ و $(OJ) \parallel (BB')$ ثم استنتج أن النقاط J, O, I على نفس الإستقامة. (يجب تحديد المستوي الذي نشغل عليه) : المثلثان BDD' و $BB'D'$ يوجدان في نفس المستوي القطري (BDD')

(*) في المثلث BDB' نجد I منتصف $[BD]$ و O منتصف $[B'D]$ فحنما $(1) (OI) \parallel (BB')$

(*) وبنفس الطريقة في المثلث $BB'D'$ نبين ان $(2) (OJ) \parallel (BB')$

ينتج عن (1) و (2) ان $(OI) \parallel (OJ)$ ويشتركان في O اذن يتطابقان ومنه :

النقاط J و O و I على نفس الإستقامة (3)

(2) * بين ان O منتصف $[IJ]$ واحسب IJ

$$\text{لدينا } OJ = \frac{BB'}{2} \text{ و } OI = \frac{BB'}{2} \text{ اذن } OI = OJ \text{ (4)}$$

ينتج عن (3) و (4) ان O منتصف $[IJ]$

** لدينا $IJ = 2OJ = 2BB'/2 = BB' = 6$ ومنه $IJ = 6$

(3) نفترض : $BC = AB = 4\sqrt{3}$ ؛ لنحسب AC' :

هذا الجسم هو متوازي المستطيلات و AC' هو قطر فيه ومنه :

$$AC' = \sqrt{6^2 + (4\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{36 + 48 + 48} = \sqrt{132} = \boxed{2\sqrt{33}}$$



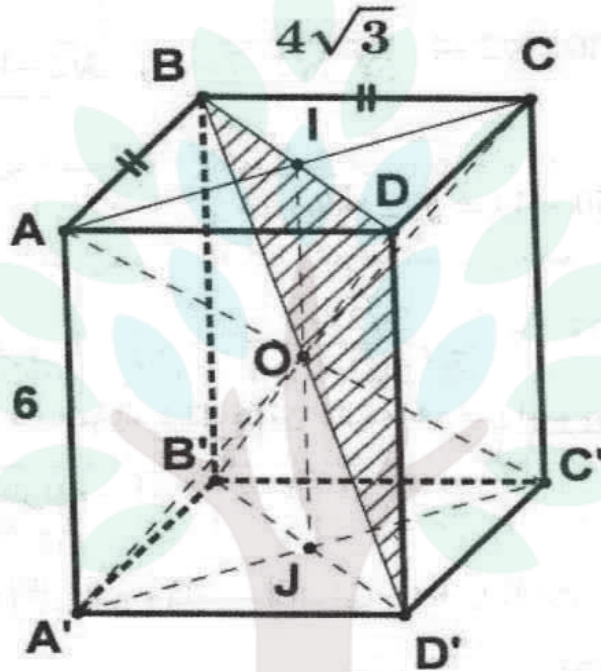
(4) نبرهن أن $(AC) \perp (IJ)$ ونستنتج أن $(AC) \perp (BDD')$:

* في المستوي القطري (ACC') نجد O تبعد نفس البعد عن جميع رؤوس الجسم لأنها مركزه ومنه $OA=OC$ ونعلم أن $IA=IC$ فحتماً (OI) هو المتوسط العمودي لـ $[AC]$ ومنه $(AC) \perp (IJ)$

** $(AC) \perp (IJ)$ و $(AC) \perp (BD)$ (قطران في مربع) ولدينا المستقيمان

(IJ) و (BD) محتويان في نفس المستوي (BDD') ويتقاطعان في I

الخلاصة: $(AC) \perp (BDD')$ في I



التمرين 3

(1) نبين أنه إذا كان $2x^2 + y^2 + 1 = 2xy - 2x$ فإن $(x-y)^2 = -(x+1)^2$:
 $2x^2 + y^2 + 1 = 2xy - 2x \Rightarrow x^2 + x^2 + y^2 + 1 = 2xy - 2x \Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = -x^2 - 2x - 1$
 $\Rightarrow (x-y)^2 = -(x^2 + 2x + 1)$

$$(x-y)^2 = -(x+1)^2$$

الخلاصة:

$y = -1$ و $x = -2$ (3)	$y = -1$ و $x = -1$ ✓(2)	$y = -1$ و $x = 2$ (1)
----------------------------	-----------------------------	---------------------------

الحل الوحيد هو (2) لأن في المساواة $(x-y)^2 = -(x+1)^2$ نعلم أن $(x-y)^2$ موجب ولكن $-(x+1)^2$ سالب ومنه : إذا كان $(x-y)^2 = -(x+1)^2$ فإن $(x-y)^2 = 0$ و $-(x+1)^2 = 0$ ولذا : $x = y$ و $x = -1$ أي $y = -1$

(2) AEFG هو هرم منتظم قاعدته EFG : المسقط العمودي للرأس A على (EFG) هو :

مركز ثقل EFG ✓	المركز القائم لـ EFG ✓	منتصف [EF]
----------------	------------------------	------------

المبرر: في المثلث المتقايس الاضلاع مركز الثقل والمركز القائم يتطابقان





college.9raya.tn



college.9raya.tn