

الفرض التأليفي عدد 1 ** نموذج 5 **

(1) العمليات في المجموعة $\mathbb{R}$ مبرهنة طالس و تطبيقاتها

التمرين 1 :

نعتبر العددين الحقيقيين التاليين : $a = \frac{2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}}$ و $b = \frac{3\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}+1}$ أ- بين أن : $a = 2 + \sqrt{3}$ ب- احسب : $(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)$ ج- استنتج أن : $b = 2 - \sqrt{3}$ د- اوجد x بحيث : $\frac{x}{a} = \frac{b}{x}$ سؤال تنغيل (+1) : هب العبارة Q التالية : $Q = \frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$ ؛ بين أن $Q = a - b$ ثم استنتج حساب Q .

التمرين 2 :

(1) اذا علمت أن : $|x-5| = 12$ فاحسب $|1 - \frac{x}{5}|$ بدون حساب x (2) اختصر الى اقصى حد العددين C و D التاليين : $C = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{10}}}{\frac{-1}{\sqrt{2}}}$ ؛ $D = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{3\sqrt{20} - \sqrt{45}}$

التمرين 3 :

 D هو المستقيم العددي المدرج بواسطة معين (O, I) حيث $OI = 2$ بالصم .أ- عين النقطتين A و B من D بحيث : $x_A = \frac{7}{3}$ و $x_B = -1$ ب- احسب AB ج- ابن النقطة M من $[AB]$ بحيث : $AM = \frac{4}{7}AB$ د- اوجد m فاصلة M

التمرين 4 :

وحدة القيس هي الصم . ابن دائرة γ ذات المركز O والقطر $[AB]$ بحيث $AB = 8$ أ- ابن نقطة C من γ بحيث $AC = 4$ ؛ ليكن I منتصف $[BC]$ ؛ بين أن $(OI) \parallel (AC)$ واحسب OI ب- ما هو نوع المثلث OBC ؟ استنتج أن المثلث ABC قائم في C ج- $[IO]$ يقطع γ في D ؛ بين أن الرباعي $ACOD$ معين .

الإصلاح

اصلاح الفرض التالي عدد 1 * نموذج *

التمرين 1 :

نعتبر العددين الحقيقيين التاليين : $a = \frac{2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}}$ و $b = \frac{3\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}+1}$

$$a = \frac{2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

ب-

$$(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1) = (2\sqrt{3})^2 - 1^2 = 12 - 1 = 11$$

ج- استنتاج :

$$b = \frac{3\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}+1} = \frac{(3\sqrt{3}-4)(2\sqrt{3}-1)}{(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)} = \frac{3\sqrt{3}\times 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 4}{11}$$

$$= \frac{22-11\sqrt{3}}{11} = \frac{11(2-\sqrt{3})}{11} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\text{د- لنجد } x \text{ بحيث } \frac{x}{a} = \frac{b}{x}$$

$$\frac{x}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{x} \quad \text{يعني} \quad \frac{x}{a} = \frac{b}{x}$$

$$x^2 = (2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3}) = 1 \quad \text{يعني} \quad x = -1 \text{ او } x = 1$$

سؤال اختياري (+1) :

$$Q = \frac{\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{\frac{a^2-b^2}{ab}}{\frac{a+b}{ab}} = \frac{a^2-b^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a+b} = a-b$$

$$Q = a-b = (2+\sqrt{3}) - (2-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} \quad \text{نستنتج حساب } Q :$$

التمرين 2 :

1) اذا علمنا ان : $|x-5| = 12$ فلنحسب $|1-\frac{x}{5}|$ بدون حساب x

$$|1-\frac{x}{5}| = \left| \frac{5-x}{5} \right| = \frac{|5-x|}{|5|} = \frac{|x-5|}{5} = \frac{12}{5} = 2.4$$

2) اختصر الى اقصى حد العددين C و D التاليين :

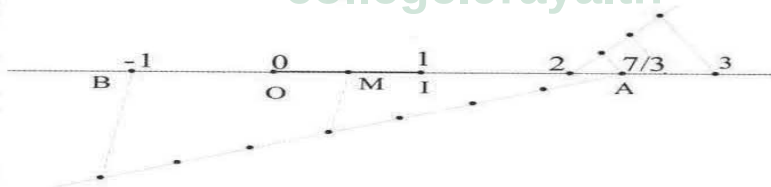
$$D = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{3\sqrt{20}-\sqrt{45}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{6\sqrt{5}-3\sqrt{5}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{3\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{15}$$

$$C = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{10}}}{\frac{-1}{\sqrt{2}}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{10}} \times \sqrt{2} = -\frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

التمرين 3 :

(D) هو المستقيم العددي المقترن بالمعنيين (O; I) حيث OI=2 بالصم

1) ا) لرسم على (D) النقاط A و B حيث : $x_A = \frac{7}{3}$ و $x_B = -1$



ب- لنحسب AB :

$$AB = |x_B - x_A| = |x_A - x_B| = \left| \frac{7}{3} - (-1) \right| = \frac{10}{3}$$

ج- لنبنى النقطة M من [AB] بحيث : $AM = \frac{4}{7} AB$. منجز

د- لنجد m فاصلة M : $AM = \frac{4}{7} AB$ تعطي

$$x_M - \frac{7}{3} = -\frac{40}{21} \text{ او } x_M - \frac{7}{3} = \frac{40}{21} \text{ ومنه } \left| x_M - \frac{7}{3} \right| = \frac{4}{7} \times \frac{10}{3} = \frac{40}{21}$$

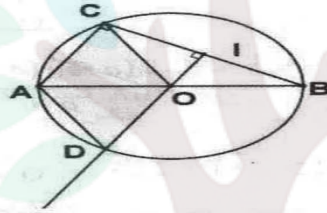
$$x_M = -\frac{40}{21} + \frac{49}{21} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7} \text{ او } x_M = \frac{40}{21} + \frac{7 \times 7}{3 \times 7} = \frac{89}{21}$$

الا ان M نقطة من [AB] اذن لا بد ان يكون $x_M \leq \frac{7}{3}$ و $x_M \geq -1$.

الخلاصة : $x_M = \left[\frac{3}{7} \right]$ لان : $-1 < \left[\frac{3}{7} \right] < \frac{7}{3}$ (وهي متناغمة مع موقعها على المستقيم)

• التمرين 4 :

وحدة القيس هي الصم . المطلوب بناء دائرة γ ذات المركز O والقطر [AB] بحيث $AB=8$.



أ- ابن نقطة C من γ بحيث $AC = 4$ ؛ ليكن I منتصف [BC] ؛ لنبين أن $OI \parallel (AC)$ ثم نحسب OI .

في المثلث ABC نجد O منتصف [AB] و I منتصف [BC] اذن (OI) يوازي

$$OI = \frac{AC}{2} = 2 \text{ و } (AC) \parallel (OI) \text{ : الخلاصة : } OI = \frac{AC}{2}$$

ب- نبرز نوع المثلث OBC ثم نستنتج أن المثلث ABC قائم في C :

لدينا $OB=OC$ شعاعان لنفس الدائرة اذن المثلث OBC متقايس الضلعين ؛

ينتج ان الوسط [OI] الصادر من O يطابق اذن الارتفاع الموافق لـ [BC] ؛

ومنه (OI) يعامد (BC) ومن جهة ثانية (AC) // (OI) فحتما (BC) يعامد (AC) في C

الخلاصة : المثلث ABC قائم في C .

ج- [IO] يقطع γ في D ؛ لنبين أن الرباعي ACOD معين :

في الرباعي ACOD نجد (AC) // (OD) لان (AC) // (OI) و D نقطة من (OI) ونجد $AC=OD=4$ فالرباعي ACOD هو متوازي الاضلاع ومن جهة ثانية $OC=OD=4$ (شعاعان لنفس الدائرة) فالرباعي ACOD معين





college.9raya.tn



college.9raya.tn