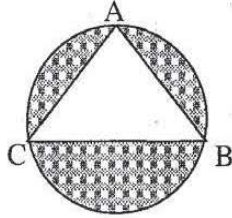


فرض تألفي ع2د
وحدة القيس هي الصنتمتر



تمرين ع1د1د: (1) ضع العلامة $\boxtimes$ أمام المقترح السليم:

- (أ) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ يساوي: $\sqrt{2}-1$ $\square$ ؛ $\sqrt{2}+1$ $\square$ ، $1-\sqrt{2}$ $\square$
(ب) لاحظ الشكل التالي حيث ABC مثلث متقايس الأضلاع قيس طول ضلعه 4 و
ح الدائرة المحيطة به شعاعها 2. إذن المساحة المشطوبة تساوي :
 $4(\pi-\sqrt{2})$ $\square$ ؛ $2(\pi-\sqrt{3})$ $\square$ ، $4(\pi-\sqrt{3})$ $\square$

(2) أجب بصواب أو خطأ:

(أ) $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ عدد صحيح طبيعي

(ب) إذا كان $a \in \mathbb{R}$ فإن: $\sqrt{a^2} = a$

تمرين ع2د: نعتبر العددين $a = \sqrt{2} - \sqrt{5}$ ؛ $b = \sqrt{3} - 2$

(أ) بين أن $a < 0$ و $b < 0$

(ب) بين أن $a^2 - b^2 = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{10}$

(ج) قارن بين $4\sqrt{3}$ و $2\sqrt{10}$ ثم استنتج مقارنة بين a و b

تمرين ع3د: (1) a و b عدنان حقييان موجبان قطعاً حيث $a+b=10$ و $ab=1$

(أ) احسب $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$ ثم استنتج $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

(ب) احسب $\frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$

(2) نعتبر العبارة $E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$ حيث $x \in \mathbb{R}$

(أ) احسب E إذا كان $x = -\sqrt{7}$

(ب) انشر $(2 - \sqrt{3})^2$

(ج) فكك E إلى جذاء عوامل.

تمرين ع4د: لاحظ الرسم المقابل حيث EFG مثلث قائم الزاوية في E

و [EH] ارتفاعه و O منتصف [FG] و $EH=2$ و $HO=\frac{3}{2}$.

احسب EO ؛ FG ؛ EF و EG.

تمرين ع5د: ABC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A حيث $BC=3$ و $AB=2.5$.

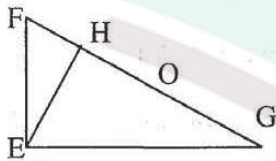
(1) (أ) ابن النقطة D مناظرة B بالنسبة إلى A

(ب) بين أن المثلث BCD قائم الزاوية في C

(ج) احسب DC

(2) لتكن H المسقط العمودي لـ A على (DC)

(أ) بين أن H منتصف [DC] ؛ (ب) احسب AH.



فرض تأليفي ع-02 دد

تمرين ع-01 دد: (1) (أ) $\sqrt{2}+1 \times (\sqrt{2}+1)^2 = 3+2\sqrt{2}$ وبالتالي $(\sqrt{3}+2\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2}+1)^2$

(ب) $4(\pi-\sqrt{3}) \times$

(2) (أ) صواب (ب) خطأ (أ) $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + \frac{2+\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}}{1} = 4$

(ب) خطأ (أ) $\sqrt{a^2} = |a| = -a$ لأن $a \in \mathbb{R}_-$

تمرين ع-02 دد: (أ) لدينا $\sqrt{2} < \sqrt{5}$ و $\sqrt{3} < 2$ لذا $\sqrt{2} - \sqrt{5} < 0$ و $\sqrt{3} - 2 < 0$ إذن $a < 0$ و $b < 0$

(ب) $a^2 - b^2 = (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 - (\sqrt{3} - 2)^2 = (\sqrt{2}^2 - 2\sqrt{2}\sqrt{5} + \sqrt{5}^2) - (\sqrt{3}^2 - 4\sqrt{3} + 2^2) = (2 - 2\sqrt{10} + 5) - (3 - 4\sqrt{3} + 4)$

$= 2 - 2\sqrt{10} + 5 - 3 + 4\sqrt{3} - 4 = (2 + 5 - 3 - 4) + (4\sqrt{3} - 2\sqrt{10}) = 0 + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{10} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{10}$

(ج) $(4\sqrt{3})^2 = 16 \times 3 = 48$ و $(2\sqrt{10})^2 = 4 \times 10 = 40$ لذا $(4\sqrt{3})^2 > (2\sqrt{10})^2$ وبما أن $4\sqrt{3} > 0$ و $2\sqrt{10} > 0$ فإن $4\sqrt{3} > 2\sqrt{10}$ وبما أن $a^2 > b^2$ وبالتالي $a^2 - b^2 = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{10} > 0$ إذن $4\sqrt{3} - 2\sqrt{10} > 0$ وبما أن $a < 0$ و $b < 0$ فإن $a < b$

تمرين ع-03 دد: (1) (أ)

$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = \sqrt{a}^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b} + \sqrt{b}^2 = a + 2\sqrt{ab} + b = a + b + 2\sqrt{ab} = 10 + 2\sqrt{1} = 10 + 2 = 12$

بما أن $\sqrt{a} + \sqrt{b} > 0$ فإن $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

(ب) $\frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{(a\sqrt{a} - b\sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} = \frac{a\sqrt{a}\sqrt{a} - a\sqrt{a}\sqrt{b} - b\sqrt{b}\sqrt{a} + b\sqrt{b}\sqrt{b}}{\sqrt{a}^2 - 2\sqrt{a}\sqrt{b} + \sqrt{b}^2} = \frac{a^2 - a\sqrt{ab} - b\sqrt{ab} + b^2}{a - 2\sqrt{ab} + b}$

$= \frac{a^2 + b^2 - \sqrt{ab}(a+b)}{a + b - 2\sqrt{ab}} = \frac{a^2 + b^2 - \sqrt{1} \times 10}{10 - 2 \times \sqrt{1}} = \frac{a^2 + b^2 - 10}{10 - 2} = \frac{a^2 + b^2}{8} - \frac{10}{8} = \frac{1}{8}(a^2 + b^2) - \frac{5}{4} = \frac{1}{8}[(a+b)^2 - 2ab] - \frac{5}{4}$

$= \frac{1}{8}(10^2 - 2 \times 1) - \frac{5}{4} = \frac{1}{8}(100 - 2) - \frac{5}{4} = \frac{98}{8} - \frac{5}{4} = \frac{49}{4} - \frac{5}{4} = \frac{44}{4} = 11$

(2) (أ) $E = (-\sqrt{7})^2 - (7 - 4\sqrt{3}) = 7 - 7 + 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

(ب) $(2 - \sqrt{3})^2 = 2^2 - 4\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$

(ج) $E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3}) = x^2 - (2 - \sqrt{3})^2 = [x - (2 - \sqrt{3})][x + (2 - \sqrt{3})] = (x - 2 + \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3})$

تمرين ع-04 دد: * بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث EHO (قائم الزاوية في H) نتحصل على

$EO = \sqrt{HO^2 + EH^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$ إذن $EO^2 = HO^2 + EH^2$

* المثلث EFG قائم الزاوية في E و O منتصف الوتر [FG] إذن O مركز الدائرة المحيطة به وبالتالي

$FG = 2OE = 2 \times \frac{5}{2} = 5$ إذن $OF = OG = OE = \frac{5}{2}$

* $FH = OF - OH = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = \frac{2}{2} = 1$ بتطبيق نظرية بيتاغور على المثلث EFH (قائم الزاوية في H)

نتحصل على $EF = \sqrt{EH^2 + FH^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ إذن $EF^2 = EH^2 + FH^2$

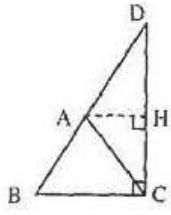
* بتطبيق نظرية بيتاغور على المثلث EFG (قائم الزاوية في E) نتحصل على $FG^2 = EF^2 + EG^2$ إذن

$EG^2 = FG^2 - EF^2 = \sqrt{5^2 - 5^2} = \sqrt{25 - 5} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ وبالتالي

تمرين ع-05 دد: (1) (ب) لدينا B و D متناظران بالنسبة إلى A لذا A منتصف [BD] إذن $AB = AD$

وبما أن $AC = AB$ (ABC مثلث متقايس الضلعين) فإن $AB = AD = AC$ إذن المثلث BCD يقبل





الارتسام داخل دائرة قطرها [BD] وبالتالي فإن المثلث BCD قائم الزاوية في C.

ج) بتطبيق نظرية فيثاغور في المثلث BDC (قائم الزاوية في C) نتحصل على:

$$BD^2 = BC^2 + DC^2$$

$$DC = \sqrt{BD^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 \text{ إذن } DC^2 = BD^2 - BC^2 \text{ يعني}$$

(2) أ) لدينا H المسقط العمودي لـ A على (DC) لذا (AH) $\perp$ (DC) وبما أن (BC) $\perp$ (DC) فإن (BC) $\parallel$ (AH) وبالتالي في المثلث BCD لدينا (BC) $\parallel$ (AH) و A منتصف [BD] إذن H منتصف [DC].

ب) في المثلث BDC لدينا A منتصف [BD] و H منتصف [DC] إذن $AH = \frac{1}{2}BC = \frac{3}{2}$



college.9raya.tn



college.9raya.tn