

فرض تألفي عدد 2 رياضيات سنة التاسعة الثلاثي الثاني

التمرين 1:

نعتبر العددين الحقيقيين التاليين : $a = \sqrt{45} - (\sqrt{20} - 1)$ و $b = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{24}}{\sqrt{6}}$

- بين أن : $a = \sqrt{5} + 1$ و $b = \sqrt{3} + 2$.
- احسب a^2 و b^2 . نت- قارن بين $2\sqrt{5}$ و $4\sqrt{3}$ ثم استنتج مقارنة بين a^2 و b^2 .
- بين أن : $a < b$ ثم استنتج مقارنة بين $\frac{\sqrt{5}}{a+1}$ و $\frac{2}{b+\pi}$.
- احسب $(a-b)^2$ ثم استنتج مقارنة بين $9+2\sqrt{3}$ و $2(\sqrt{15}+\sqrt{5})$.

التمرين 2:

هـب العبارة E التالية : $E = (5x + 4)^2$ حيث $x \in \mathbb{R}$

- انشر العبارة E .
- احسب القيمة العددية للعبارة E إذا كان : $x = \frac{2}{5} - \sqrt{2}$.
- استنتج مقارنة بين $15\sqrt{2}$ و $21,5$.
- لتكن العبارة F التالية : $F = (1-x)^2 - (25x^2 + 40x + 16)$. فكك F الى جذاء عوامل .
- أوجد x بحيث $-\frac{F}{3} - 1 = 2x$

التمرين 3:

ليكن (O, I, J) معينا في المستوي بحيث : $(OI) \perp (OJ)$ و $OI = OJ$.

- عين النقطة $M(4,3)$.
- لتكن H المسقط العمودي لـ M على (OI) و K المسقط العمودي لـ M على (OJ) : ماهي احداثيات كل من H و K ؟
- ابن النقطة N من $[OM]$ حيث $ON = \frac{2}{3}OM$ ؛ لتكن T المسقط العمودي لـ N على (OI) و R المسقط العمودي لـ N على (OJ) .
- احسب البعد OT واستنتج فاصلة T وفق $(O;I)$ ثم احسب البعد OR واستنتج فاصلة R وفق $(O;J)$.
- ماهي اذن احداثيات N ؟ استنتج حساب طول القطعة $[ON]$.

التمرين 4 : وحدة قيس الطول هي الصم ؛

ζ هي دائرة ذات المركز O والشعاع 4 ؛ $[AB]$ هو قطر و C نقطة من ζ بحيث $BC = 4$.

- H هو المسقط العمودي لـ O على (AC) ؛ بين أن H هو منتصف $[AC]$.
- استنتج نوع المثلث ABC .
- $[HO]$ يقطع ζ في D ؛ بين أن الرباعي OCBH معين .
- حدد المركز القائم للمثلث OAC .
- (AC) يقطع (BD) في M و E منازرة D بالنسبة الى H .

أ- بين أن : $\frac{MC}{MH} = \frac{2}{3}$.

ب- استنتج أن C هو مركز ثقل المثلث EDM .



CORRECTION

• التمرين 1

نعتبر العددان الحقيقيين :

$$b = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{24}}{\sqrt{6}} \text{ و } a = \sqrt{45} - (\sqrt{20} - 1)$$

$$b = \sqrt{3} + 2 \text{ و } a = \sqrt{5} + 1$$

$$a = \sqrt{45} - (\sqrt{20} - 1) = \sqrt{9 \times 5} - (\sqrt{4 \times 5} - 1) = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 1 = \sqrt{5} + 1$$

$$b = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{2} + 2\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{3} + 2)}{\sqrt{6}} = \sqrt{3} + 2$$

ب -

$$a^2 = (\sqrt{5} + 1)^2 = (\sqrt{5})^2 + 2(\sqrt{5}) \times 1 + 1^2 = 5 + 2\sqrt{5} + 1 = 6 + 2\sqrt{5}$$

$$b^2 = (\sqrt{3} + 2)^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \times 2 + 2^2 = 3 + 4 + 4\sqrt{3} = 7 + 4\sqrt{3}$$

ب-نقارن بين $2\sqrt{5}$ و $4\sqrt{3}$ ثم استنتج مقارنة بين a^2 و b^2 :
العددان $2\sqrt{5}$ و $4\sqrt{3}$ موجبان ثم :

$$\left. \begin{array}{l} (2\sqrt{5})^2 = 20 \\ (4\sqrt{3})^2 = 48 \end{array} \right\} 20 < 48 \Rightarrow 2\sqrt{5} < 4\sqrt{3} \quad *$$

**

$$\left. \begin{array}{l} 2\sqrt{5} < 4\sqrt{3} \\ 6 < 7 \end{array} \right\} \Rightarrow 6 + 2\sqrt{5} < 7 + 4\sqrt{3} \Rightarrow a^2 < b^2$$

ج - * نبين أن $a < b$ ثم نستنتج مقارنة بين $\frac{\sqrt{5}}{a+1}$ و $\frac{2}{b+\pi}$

العددان a و b موجبان و $a^2 < b^2$ إذن $a < b$

$$\left. \begin{array}{l} a < b \\ 1 < \pi \end{array} \right\} \Rightarrow a+1 < b+\pi \Rightarrow \frac{1}{a+1} > \frac{1}{b+\pi}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{a+1} > \frac{1}{b+\pi} \\ \sqrt{5} > 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{a+1} > \frac{2}{b+\pi} \quad ** \text{ لدينا}$$

- لنحسب $(a-b)^2$ ثم استنتج مقارنة بين $9+2\sqrt{3}$ و $2(\sqrt{15} + \sqrt{5})$

$$\begin{aligned} (a-b)^2 &= (\sqrt{5} + 1 - \sqrt{3} - 2)^2 = ((\sqrt{5} - \sqrt{3}) - 1)^2 \\ &= (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{5} - \sqrt{3}) + 1 \\ &= 5 - 2\sqrt{15} + 3 - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} + 1 \\ &= (9 + 2\sqrt{3}) - 2(\sqrt{15} + \sqrt{5}) \end{aligned} \quad *$$

** المقارنة

$$\left. \begin{array}{l} (a-b)^2 = (9+2\sqrt{3}) - 2(\sqrt{15} + \sqrt{5}) \\ (a-b)^2 \in \mathbb{R}_+ \end{array} \right\} \Rightarrow 9+2\sqrt{3} > 2(\sqrt{15} + \sqrt{5}) :$$

college.9raya.tn

• التمرين 2

هـ العبارة E التالية : $E = (5x + 4)^2$ حيث x عدد حقيقي

$$E = (5x + 4)^2 = (5x)^2 + 2 \times (5x) \times 4 + 4^2 = 25x^2 + 40x + 16 \quad \text{أ-}$$



ب) احسب القيمة العددية للعبارة E اذا كان : $x = \frac{2}{5} - \sqrt{2}$

$$E = \left(5 \left(\frac{2}{5} - \sqrt{2} \right) + 4 \right)^2 = (2 - 5\sqrt{2} + 4)^2 = (6 - 5\sqrt{2})^2$$

$$= 36 - 60\sqrt{2} + 50 = 86 - 60\sqrt{2}$$

ج) استنتج مقارنة بين 21,5 و $15\sqrt{2}$: نعلم ان $86 - 60\sqrt{2} > 0$ لانه نتيجة لقوة دليلها زوجي ومنه $86 > 60\sqrt{2}$ ونعلم ايضا ان $\frac{1}{4}$ موجب

$$\frac{1}{4} \times 86 > \frac{1}{4} \times 60\sqrt{2} \Rightarrow 21.5 > 15\sqrt{2}$$

وبالتالي :

د) نفكك F الى جزاء عوامل : $F = (1-x)^2 - (25x^2 + 40x + 16)$

$$F = (1-x)^2 - (5x+4)^2 = [(1-x) - (5x+4)][(1-x) + (5x+4)]$$

$$= (-3-6x)(5+4x) = -3(1+2x)(5+4x)$$

هـ) نبحث عن x حيث $-\frac{F}{3} - 1 = 2x$

$$-\frac{F}{3} - 1 = 2x \Rightarrow -\frac{F}{3} = 2x + 1 \Rightarrow (1+2x)(5+4x) = 2x + 1 \Rightarrow$$

$$(1+2x)(5+4x) - (2x+1) = 0 \Rightarrow (2x+1)[(5+4x)-1] = 0 \Rightarrow$$

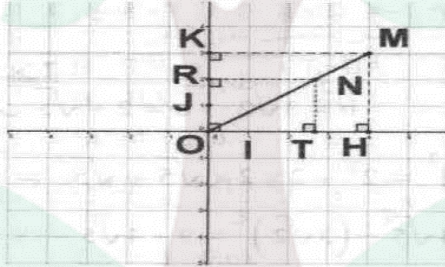
$$(2x+1)(4+4x) = 0 \Rightarrow 4(2x+1)(1+x) = 0$$

$$\begin{cases} x+1=0 \Rightarrow \\ x=-1 \end{cases} \quad \text{او} \quad \begin{cases} 2x+1=0 \Rightarrow \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{منه}$$

• التمرين 3

ليكن $(O; I; J)$ معيناً في المستوي بحيث : $(OI) \perp (OJ)$ و $OJ=OI$

أ- عين النقطة $M(4;3)$



ب- لتكن H المسقط العمودي لـ M على (OI) و K المسقط العمودي لـ M

على (OJ) ؛ احداثيات كل من H و K هي $H(4;0)$ و $K(0;3)$

ج- بناء النقطة N من [OM] حيث $ON = \frac{2}{3}OM$ (بالاعتماد على تطبيقات

طالس) وبناء T المسقط العمودي لـ N على (OI) و R المسقط العمودي لـ N على (OJ)

د- احسب البعد OT واستنتج فاصلة T وفق (O;I) ثم احسب البعد

OR واستنتج فاصلة R وفق (O;J)

* نعلم ان $OH = |x_H| = 4$

بما ان في المثلث OMH نجد $(NT) \parallel (MH)$ ويقطع [OH] في T ويقطع [OM] في N فحسب طالس نحصل على التالي :

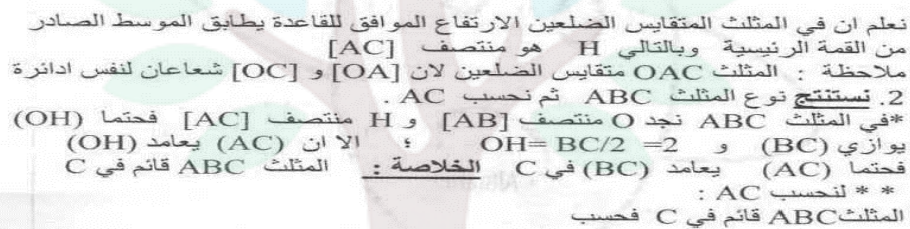
$$\frac{OT}{OH} = \frac{ON}{OM} = \frac{NT}{MH} \Rightarrow \frac{OT}{OH} = \frac{ON}{OM} = \frac{2}{3} \Rightarrow OT = \frac{2}{3}OH = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}$$



بنفس التمشي نحصل على $y_R = 2$ وفقا للمعين (O;J) ومنه

$$ON = \sqrt{\frac{100}{9}} = \frac{10}{3} \quad \text{ومنه} \quad ON^2 = OT^2 + NT^2 = \left(\frac{8}{3}\right)^2 + 2^2 = \frac{100}{9}$$

وحدة قياس الطول هي الصم ؛ γ هي دائرة ذات المركز O والشعاع 4 ؛ [AB] هو قطر و C نقطة من γ بحيث $BC = 4$.
 (1) H هو المسقط العمودي لـ O على (AC) ؛ بين أن H هو منتصف [AC]



3. (HO) يقطع C في D ؛ نبين ان الرباعي OCBD معين : لدينا BC=OD=4 و (OD) //(BC) فالرباعي OCBD متوازي الاضلاع وله ضلعان متتاليان متقايسان (OC=OD) شعاعان لنفس ادايرة) فهو معين

4. حدد المركز القائم للمثلث OAC في المثلث OAC نجد (OH) يعامد (AC) اذن يحمل الارتفاع الصادر من O و (CD) يعامد (OB) او (AO) (قطران في معين) اذن (CD) يحمل الارتفاع الصادر من C ؛ الا ان (OH) و (CD) يتقاطعان في D (نعلم ان D نقطة من (HO)) وبالتالي :

5. (AC) يقطع (BD) في M و E مناظرة D بالنسبة الى H
*بما ان في المثلث DMH نجد (BC) // (DH) ويقطع [MD] في B
ويقطع [MH] في C فحسب طالس نحصل على التالي:

**لنستنتج أن C هو مركز ثقل المثلث EDM :
في المثلث EDM نجد [MH] تمثل الموسط الصادر من M (H منتصف

$MC = \frac{2}{3}MH$ او $\frac{MC}{MH} = \frac{2}{3}$ [ED] و C نقطة منه بحيث





college.9raya.tn



college.9raya.tn