فرض تأليفي عدد 2 رياضيات سنة التاسعة الثلاثي الثاني

التمرين 1

a و b عددان حقيقيان موجبان حيث $a<b$ ؛ علل اختصار العبارات التالية:

العبارة	الاختصار
$H=\lvert 2(a-b)-3\rvert+b+a-1$	$H=-a+3b+2$
$K=\lvert -a+b+7\rvert-\lvert b-a\rvert$	$K=7$
$L=\sqrt{(a+b+1)^2}+\lvert -a-6\rvert$	$L=2a+b+7$

التمرين 2

نعتبر العددين $a=2+\sqrt{5}$ و $b=3\sqrt{2}$.

1) بيّن أنّ $a^2=9+4\sqrt{5}$ و أنّ $a^2-b^2=4\sqrt{5}-9$.

2) أ. فكك الى جذاء عوامل العبارة $\mathcal{E}=(ab)^2-a^4$

ب. احسب $\mathcal{E}$. ما رايك في العددين a^2 و b^2-a^2

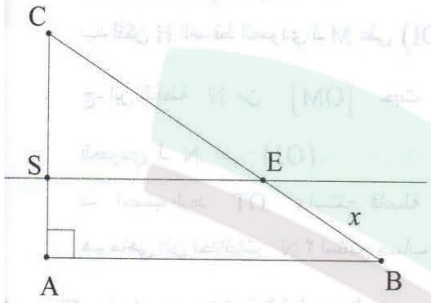
3) أ- قارن $4\sqrt{5}$ و 9.

ب. استنتج مقارنة a^2 و b^2 ثمّ مقارنة a و b .

4) أ. بيّن أنّ $ab<b^2$. ب. استنتج أنّ $6\sqrt{2}+3\sqrt{10}<18$.

ج. قارن $c=6\sqrt{2}-8$ و $d=10-3\sqrt{10}$.

التمرين 3: وحدة قيس الطول هي الصنتمتر



ABC مثلث قائم في A بحيث : AB=4 ؛ AC=3 لتكن E نقطة من [BC] .

ولنضع : BE=x المستقيم الذي يمر من E ويوازي (AB) يقطع (AC) في S.

1) عبّر عن الطول CE بدلالة x.

2) بيّن أنّ : $SE=4-0,8x$ ، $SC=3-0,6x$.

3) أحسب قيمة x، إذا كان محيط شبه المنحرف SEBA يساوي 9.

التمرين 4: وحدة قيس الطول هي الصنتمتر

ابن مثلثا ABC بحيث: AB=4,8 و AC=6,4 و BC=8 .

1) بين ان المثلث ABC قائم في A

2) عين النقطة M من [BC] بحيث CM=5 ،

الموازي لـ (AB) والمار من M يقطع (AC) في P .

أ-احسب CP و MP .

ب-بين ان المثلث PMB متقايس الضلعين .

3) لتكن I منتصف [BP] ، [AI] يقطع [PM] في H .

أ- أثبت ان $\frac{IA}{IH}=1$ ثم استنتج ان I منتصف [AH] .

ب-الرباعي ABHP مستطيل ، لمادا ؟

4) لتكن T مناظرة H بالنسبة الى B ؛ (TI) يقطع (AB) في G ، احسب AG.

college.9raya.tn

CORRECTION

التمرين1

a و b عددان حقيقيان موجبان حيث $a \prec b$. اختصر العبارات التالية

العبارة	الاختصار
$H = \lvert 2(a-b)-3 \rvert + b + a - 1$	$H = \left\lvert 2\underbrace{\left(\underbrace{a-b}_{\prec 0}\right)}_{\prec 0} - 3 \right\rvert + b + a - 1$ $= -\left[2(a-b)-3\right] + b + a - 1$ $= -2a + 2b + 3 + b + a - 1 =$ $= -a + 3b + 2$
$K = \lvert -a + b + 7 \rvert - \lvert b - a \rvert$	$K = \left\lvert \underbrace{-\left(\underbrace{a-b}_{\prec 0}\right) + 7}_{\succ 0} \right\rvert - b + a$ $= -a + b + 7 - b + a = 7$
$L = \sqrt{(a+b+1)^2} + \lvert -a - 6 \rvert$	$L = \left\lvert \underbrace{a+b+1}_{\succ 0} \right\rvert + a + 6$ $= a + b + 1 + a + 6$ $= 2a + b + 7$

التمرين2

نعتبر العددين $a = 2 + \sqrt{5}$ و $b = 3\sqrt{2}$.

1) $a^2 = \left(2+\sqrt{5}\right)^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{5} + \sqrt{5}^2 = \boxed{9 + 4\sqrt{5}}$

$a^2 - b^2 = 9 + 4\sqrt{5} - \left(3\sqrt{2}\right)^2 = 9 + 4\sqrt{5} - 18 = \boxed{4\sqrt{5} - 9}$.

2) أ. نفكك الى جذاء عوامل : $\mathcal{F} = (ab)^2 - a^4 = a^2b^2 - a^4 = a^2\left(b^2 - a^2\right)$

ب. $\mathcal{F} = a^2\left(b^2 - a^2\right) = \left(9+4\sqrt{5}\right)\left(9-4\sqrt{5}\right) = 9^2 - \left(4\sqrt{5}\right)^2 = 81 - 80 = 1$

ومنه العددان a^2 و $b^2 - a^2$ مقلوبان

3) أ.لدينا $\left(4\sqrt{5}\right)^2 = 16 \times 5 = 80$ و $9^2 = 81$ ؛

$80 \prec 81$ والعددان $4\sqrt{5}$ و 9 موجبان اذن $\boxed{4\sqrt{5} \prec 9}$

ب.ينتج عن ذلك ان $4\sqrt{5} - 9 \in \mathbb{R}_-^*$ أي $a^2 - b^2 \in \mathbb{R}_-^*$ ومنه $\boxed{a^2 \prec b^2}$

الا ان a و b موجبان فحتما $\boxed{a \prec b}$

4) أ. لدينا $a \prec b$ والعدد b موجب ومنه $a \times \boxed{b} \prec b \times \boxed{b} \Rightarrow \boxed{ab \prec b^2}$

ب. بما أنّ :

$a \times b = \left(2+\sqrt{5}\right)\left(3\sqrt{2}\right) = 6\sqrt{2} + 3\sqrt{10}$; $b^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18$.

college.9raya.tn

و $ab \prec b^2$ فان $\boxed{6\sqrt{2}+3\sqrt{10} \prec 18}$

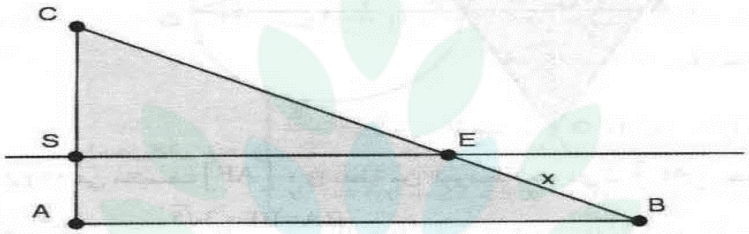
ج. نقارن $\begin{cases} c-d=\left(6\sqrt{2}-8\right)-\left(10-3\sqrt{10}\right) \\ =6\sqrt{2}-8-10+3\sqrt{10} \\ =\left(6\sqrt{2}+3\sqrt{10}\right)-18 \in \mathbb{R}_-^* \end{cases}$ ومنه $\boxed{c<d}$.

- **التمرين3**

(وحدة الطول هي cm).

ABC مثلث قائم في A ، حيث : AB=4 ؛ AC=3 لتكن E نقطة من [BC] .

ولنضع BE=x ؛ المستقيم الذي يمر من E ويوازي (AB) يقطع (AC) في S.



1)عبّر عن الطول CE بدلالة x.

لنحسب BC اولا : المثلث ABC قائم في A فحسب بيتاغور

$\left.\begin{array}{l} CB^2=CA^2+AB^2 \Rightarrow \\ CB^2=3^2+4^2=9+16=25 \Rightarrow \\ BC=5 \end{array}\right\}$ ومنـــــه $\underline{CE=CB-BE=5-x}$

2) بيّن أنّ : $SE=4-0,8\,x$ ، $SC=3-0,6\,x$.

بما ان في المثلث ABC نجد (SE) // (AB) ويقطع [BC] في E ويقطع [AC] في S فحسب طالس نحصل على التالي :

$$\frac{CE}{CB}=\frac{CS}{CA}=\frac{ES}{BA} \Rightarrow \frac{CE}{CB}=\frac{ES}{BA} \Rightarrow SE=\frac{CE\times BA}{CB}=\frac{(5-x)(4)}{5}=4-\frac{4}{5}x$$

$$SE=4-0.8x$$

$$\frac{CS}{CA}=\frac{CE}{CB} \Rightarrow CS=\frac{CA\times CE}{CB}=\frac{3\times(5-x)}{5}=3-\frac{3}{5}x$$

$$CS=3-0.6x$$

3) لنسمي p محيط SEBA فيجوز كتابة : $p=AB+BE+ES+SA$

اي $p=4+x+(4-0.8x)+\left[3-(3-0.6x)\right]=8+0.8x$

$\left.\begin{array}{l} 8+0.8x=9 \\ 0.8x=9-8=1 \\ x=\dfrac{1}{0.8}=1.25 \end{array}\right\}$ يعني $p=9$

- **التمرين4** وحدة قيس الطول هي الصنتمتر

نعتبر مثلثا ABC بحيث: AB=4,8 و AC=6,4 و BC=8 .

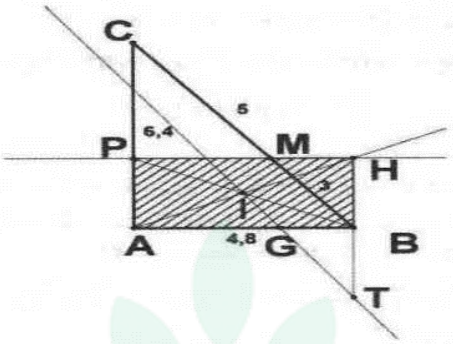
1) لنبين ان المثلث ABC قائم في A .

دينا $\begin{cases} BC^2=8^2=64 \\ AB^2=4.8^2=23.04 \\ AC^2=6.4^2=40.96 \end{cases}$ نلاحظ ان $64 = 40.96 + 23.04$ اي

$\underline{AC^2+AB^2=BC^2}$ ؛ فحسب عكس بيتاغور المثلث ABC قائم في A

college.9raya.tn

2) عين النقطة M من [BC] بحيث CM=5 ، الموازي لـ (AB) والمار من M يقطع (AC) في P .



أ- لنحسب CP و MP :
* في المثلث ABC نجد (PM) يوازي (AB) و ويقطع (AC) في P و(BC) في M فحسب طالس نكتب : $\frac{CP}{CA}=\frac{CM}{CB}=\frac{PM}{AB}$ الا ان

$\frac{CM}{CB}=\frac{5}{8}$ و $CA=6,4$ اذن $\frac{CP}{6,4}=\frac{5}{8}$ مما يعطي $\underline{CP=4}$

**كذلك من خلال $\frac{CM}{CB}=\frac{PM}{AB}$ و $AB=4,8$ تنتج $\frac{5}{8}=\frac{PM}{4,8}$ مما يعطي $\underline{MP=3}$

ب-لنبين ان المثلث PMB متقايس الضلعين :
في المثلث PMB نجد : $\underline{MP=MB=3}$ ولذا المثلث PMB متقايس الضلعين

3) لتكن I منتصف[BP] ، $[AI)$ يقطع $[PM]$ في H .

أ- لنثبت ان $\frac{IA}{IH}=1$ ثم نستنتج ان I منتصف [AH] :
* * في المثلث ABI نجد (PM) يوازي (AB) و يقطع (BI) في P و(AI) في H فحسب ... نكتب : $\frac{IP}{IB}=\frac{IA}{IH}=\frac{PA}{BH}$ الا ان $\frac{IP}{IB}=1$ لان I منتصف [BP] فحتما $\underline{\frac{IA}{IH}=1}$

** $\frac{IA}{IH}=1$ ومنه $IA=IH$ و $I\in[AH]$ اذن. **I منتصف [AH]**

ب-الرباعي ABHP مستطيل ، لمادا ؟ الرباعي ABHP هو # لان I هي منتصف كل من القطرين [AH] و [BP] ومن ناحية اخرى $P\hat{A}B=90°$ فالرباعي ABHP مستطيل .

4) لتكن T مناظرة H بالنسبة الى B ؛ (TI) يقطع (AB) في G ،
احسب AG : في المثلث ATH نجد (TI) و(AB) يحملان على التوالي الموسطين الصادرين من T و A ويتقاطعان في G فهو حتما مركز ثقل المثلث ATH ومنه : $AG=\frac{2}{3}AB=\frac{2}{3}\times 4.8=3.2$

college.9raya.tn

الخلاصة:

$\underline{AG=3.2}$

college.9raya.tn